

ICS 47.020.05
U 05
备案号: 41700-2013



中华人民共和国船舶行业标准

CB/T 4314—2013

代替 CB/T 1194—1988

水声实用压电陶瓷元件性能参数的测量与 计算方法

Measurement and calculation methods for the properties of underwater practice
piezoelectric ceramics element

2013 - 07 - 22 发布

2013 - 12 - 01 实施



中华人民共和国工业和信息化部 发布

目 次

前言	II
1 范围	1
2 规范性引用文件	1
3 术语和符号	1
3.1 术语和定义	1
3.2 符号	1
4 测量与计算方法	2
4.1 元件几何尺寸的测量	2
4.2 厚向极化矩形薄板元件横向长度伸缩模性能参数的测量与计算	2
4.3 径向极化薄壁圆管元件径向伸缩模性能参数的测量与计算	5
4.4 厚向极化中孔薄圆片元件径向伸缩模性能参数的测量与计算	9
4.5 厚向极化圆片元件径向伸缩模性能参数的测量与计算	13
4.6 轴向极化圆柱元件纵向伸缩模性能参数的测量与计算	17
4.7 轴向极化圆管元件纵向伸缩模性能参数的测量和计算	20
附录 A (规范性附录)	25
附录 B (规范性附录)	33

前 言

本标准按照GB/T 1.1—2009给出的规则起草。

本标准代替CB/T 1194—1988《水声实用压电陶瓷元件性能参数的测量与计算方法》，与CB/T 1194—1988相比，主要有下列变化：

- 增加了 P-42、P-43 和 P-52 等三种材料元件测量与计算方法（见 4.2~4.7）；
- 通过归一化处理，修改了 P-41、P-51 和 P-81 等三种材料元件原有曲线（见图 16、图 29，1988 年版的图 16、图 28）；
- 增加了厚向极化圆片元件径向伸缩模基频、三次及五次泛音谐振频率 f_r 归一化值随厚度直径比 t/d 的变化曲线（见 4.5）；
- 增加了 $\sigma^E=0.36$ 、 0.38 时的 $|A|$ 、 $|C|$ 值，并对 $\sigma^E=0.30$ 、 0.32 、 0.34 时的 $|A|$ 、 $|C|$ 值进行重新计算验证（见附录 A）；
- 增加了方程 $\eta \times J_0(\eta) - (1 - \sigma^E) \times J_1(\eta) = 0$ 的最低正根（见附录 B）。

本标准由全国海洋船标准化技术委员会船用材料应用工艺分技术委员会归口。

本标准起草单位：中国船舶重工集团公司第七一五研究所、中国船舶重工集团公司海声科技有限公司、中国船舶工业集团公司国营第七二一厂、浙江省嘉康电子股份有限公司、江苏省日盛电子有限公司。

本标准主要起草人：盖学周、胡望峰、庞海鸥、魏薇、毛敏芬、王新平、朱斌、戴黎民、鄢英杰。
本标准于1988年首次发布。

水声实用压电陶瓷元件性能参数的测量与计算方法

1 范围

本标准规定了水声实用压电陶瓷元件主要物理性能参数在弱电场下的测量与计算方法。

本标准适用于P-41、P-42、P-43、P-51、P-52、P-81六种压电陶瓷材料制备的厚向极化矩形薄板元件、厚向极化圆片及中孔薄圆片元件、轴向极化的圆柱及圆管元件、径向极化的薄壁圆管元件物理性能参数的测量与计算。超声用压电陶瓷元件亦可参照使用。

2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注日期的引用文件，仅所注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件，其最新版本（包括所有的修改单）适用于本文件。

GB/T 3389—2008 压电陶瓷材料性能测试方法 性能参数的测试

GB/T 3389.1—1996 铁电压电陶瓷词汇

GB/T 2414.1—1998 压电陶瓷材料性能试验方法 圆片径向伸缩振动模式

GB/T 2414.2 压电陶瓷材料性能试验方法 长条横向长度伸缩振动模式

3 术语和符号

3.1 术语和定义

GB/T 3389.1—1996界定的术语和定义适用于本文件。

3.2 符号

GB/T 3389.1—1996给出的以及下列符号适用于本文件。

$|A|$ ——在中孔薄圆片元件参数计算中，用于计算频率常数、声速、短路弹性柔顺常数的系数，与元件内外径比 R/r 及材料泊松比 σ^E 有关的系数；

$|C|$ ——在中孔薄圆片元件参数计算中，用于计算径向机电耦合系数的系数，与元件内外径比 R/r 及材料泊松比 σ^E 有关的系数；

d_{31n} ——标准长条元件压电应变常数，单位为库仑每牛顿（C/N）或米每伏特（m/V）；

d_{33n} ——标准柱状元件压电应变常数，单位为库仑每牛顿（C/N）或米每伏特（m/V）；

f_{3n} ——标准元件的基波串联谐振频率，单位为赫兹（Hz）；

k_{pn} ——标准圆片元件平面机电耦合系数；

k_{31n} ——标准长条元件横向机电耦合系数；

k_{33n} ——标准圆柱元件纵向机电耦合系数；

k_r ——中孔薄圆片元件径向机电耦合系数；

M_{1n} ——标准长条元件横向长度伸缩模频率常数，单位为赫兹米（Hz·m）；

M_{3n} ——标准柱状元件纵向长度伸缩模频率常数，单位为赫兹米（Hz·m）；

N_{3n} ——标准柱状元件谐振频率 f_{3n} 与高度 h 的乘积，单位为赫兹米（Hz·m）；

N_n ——标准圆片元件径向伸缩模频率常数, 单位为赫兹米 (Hz·m);

S_{11n}^E ——标准长条元件横向长度伸缩模短路弹性柔顺常数, 单位为平方米每牛顿 (m²/N);

S_{33n}^0 ——标准柱状元件纵向长度伸缩模开路弹性柔顺常数, 单位为平方米每牛顿 (m²/N)。

4 测量与计算方法

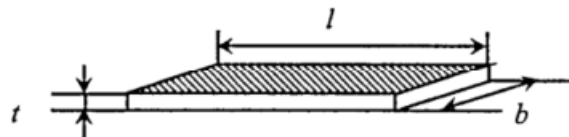
4.1 元件几何尺寸的测量

用分度值不大于0.01 mm的长度计量器具测量元件的几何尺寸。

4.2 厚向极化矩形薄板元件横向长度伸缩模性能参数的测量与计算

4.2.1 矩形薄板元件几何尺寸的要求

矩形薄板元件几何尺寸见图1。其中 $(l/t)^2$ 或 $(b/t)^2$ 应不小于10。



说明:

l ——矩形薄板元件长度;

b ——矩形薄板元件宽度;

t ——矩形薄板元件厚度。

图1 厚向极化矩形薄板元件

4.2.2 横向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 的初定

矩形薄板压电陶瓷元件在电场激励下振动模式主要有长度伸缩模 L_1 、边角模 E 、径向模 R_1 或长度伸缩模 L_3 、径向模 R_2 等。根据图2可初定某一宽长比 b/l 的长度伸缩模 L_1 的基波串联谐振频率 f_s 。

4.2.3 横向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、自由电容 C^J 的测量

按GB/T 2414.1—1998、GB/T 2414.2规定的试验条件和方法测量 f_s , f_p 和 C^J 。

4.2.4 横向长度伸缩模性能参数的计算

按表1所列公式计算矩形薄板元件性能参数。

4.2.5 矩形薄板压电陶瓷元件性能参数与横向长度伸缩模材料标准性能参数的比较

从图3~图6中找出对应于长宽比 l/b 值的归一化值, 用实用元件参数值 N 、 S_{11}^E 、 k_{31} 和 d_{31} 除以相应的归一化值得到标准元件参数值。

表1 厚向极化矩形薄板元件横向长度伸缩模性能参数计算公式

序号	符号	名称	计算公式	单位
1	ε_{r3}^T	自由相对介电常数	$\varepsilon_{r3}^T = \frac{11.3C^T \times t}{l \times b} \times 10^{10}$	无量纲
2	N_1	频率常数	$N_1 = l \times f_s$	Hz · m
3	V_1^E	声速	$V_1^E = 2f_s \times l$	m/s
4	S_{11}^E	短路弹性柔顺系数	$S_{11}^E = \frac{1}{4\rho \times (l \times f_s)^2}$	m ² /N
5	k_{31}	横向机电耦合系数	$k_{31}^2 = \frac{\frac{\pi}{2}(1 + \frac{\Delta f}{f_s}) \times \lg(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s})}{1 + \frac{\pi}{2}(1 + \frac{\Delta f}{f_s}) \times \lg(\frac{\pi}{2} \frac{\Delta f}{f_s})}$	无量纲
6	d_{31}	压电应变常数	$d_{31} = k_{31} \sqrt{\varepsilon_{r3}^T \times \varepsilon_0 \times S_{11}^E}$	C/N 或 m/V
7	g_{31}	压电电压常数	$g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{r3}^T \times \varepsilon_0}$	V · m/N 或 m ² /C
8	Q_m	机械品质因数	$Q_m = \frac{f_p^2}{2\pi f_s \times R_1 \times C^T \times (f_p^2 - f_s^2)}$	无量纲

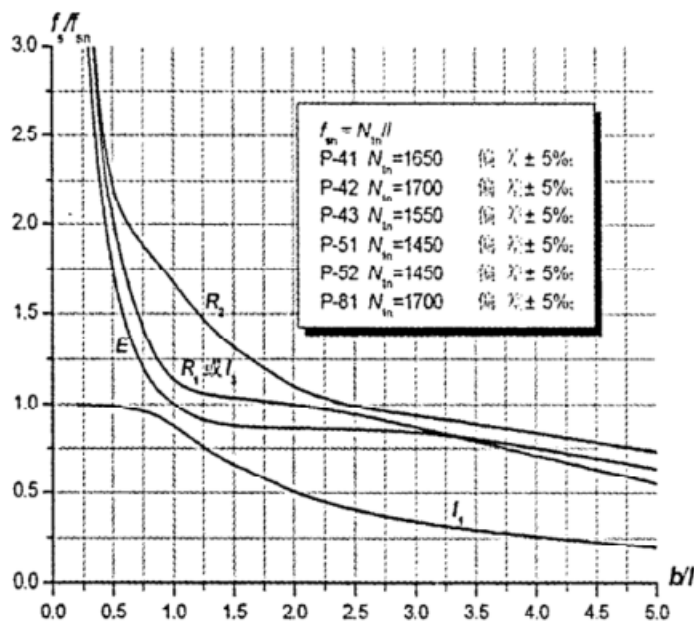
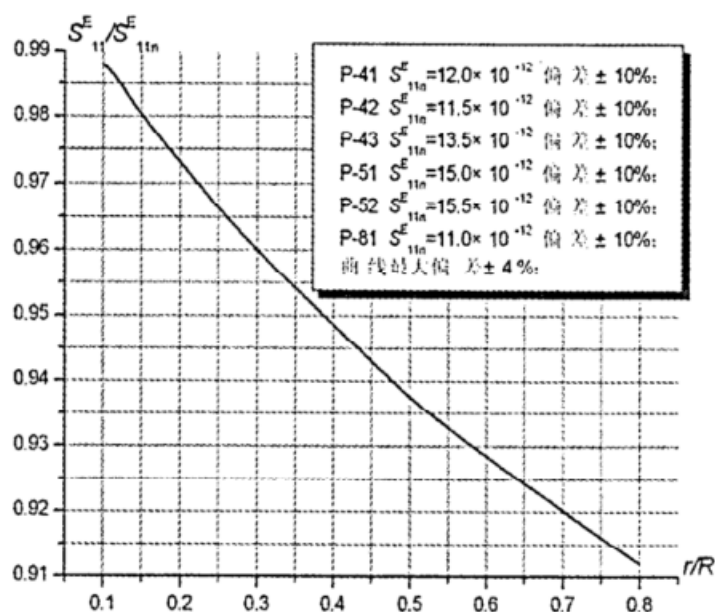
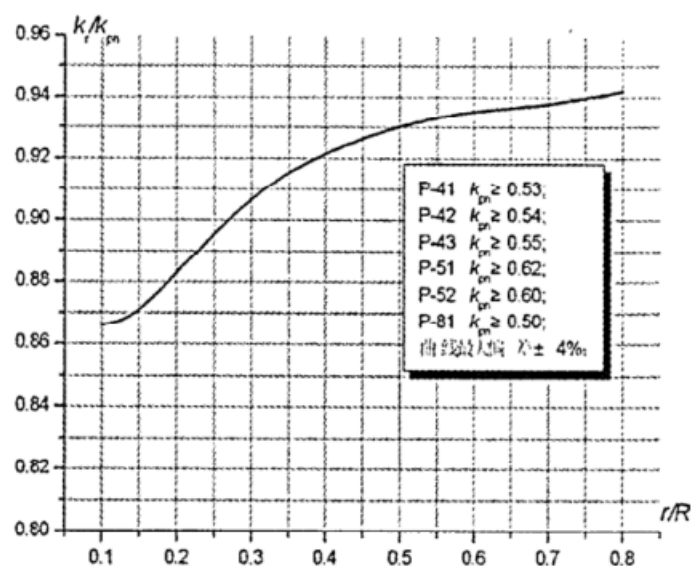


图2 厚向极化矩形薄板元件四种振动模谐振频率 f_s 归一化值随宽长比 b/l 的变化曲线

图16 中孔薄圆片元件径向伸缩模弹性柔顺常数 S_{11}^E 归一化值随内外半径之比 r/R 的变化图17 中孔薄圆片元件径向伸缩模机电耦合系数 k_r 归一化值随内外半径之比 r/R 的变化

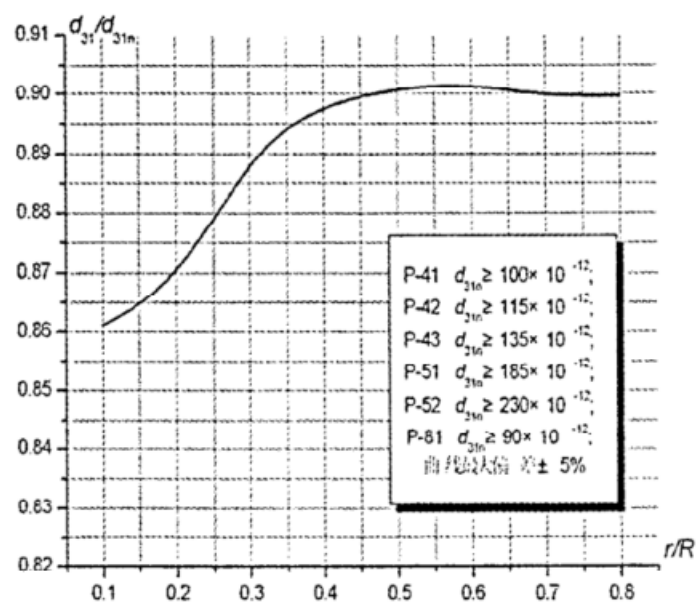
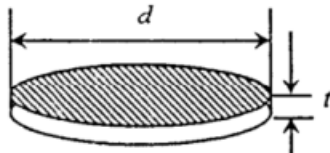


图18 中孔薄片元件径向伸缩模压电应变常数 d_{31} 归一化值随内外半径之比 r/R 的变化

4.5 厚向极化圆片元件径向伸缩模性能参数的测量与计算

4.5.1 圆片元件几何尺寸的要求

圆片元件的几何尺寸见图 19。其中， d/t 应不小于 1。



说明：

d ——圆片元件的直径；

t ——圆片元件的厚度。

图19 厚向极化圆片元件

4.5.2 径向伸缩模基波串联谐振频率 f_s 的初定

厚向极化圆片元件在电场激励下振动模式主要有径向伸缩基波模 R_0 、三次泛音 R_3 及五次泛音 R_5 。根据图20可初定某一厚度 t 与直径 d 之比 t/d 时的径向伸缩基波模 R_0 的串联谐振频率 f_s 。

4.5.3 径向伸缩模基波串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、自由电容 C^j 的测量。

按GB/T 2414.1—1998、GB/T 2414.2规定的试验条件和方法测量 f_s ， f_p 和 C^j 。

4.5.4 径向伸缩模性能参数的计算

按表5所列公式计算圆片元件性能参数。

表5 厚向极化圆片元件径向伸缩模性能参数计算公式

序号	符号	名称	计算公式	单位
1	ε_{r3}^T	自由相对介电常数	$\varepsilon_{r3}^T = \frac{14.4 \times C^T \times t}{d^2} \times 10^{10}$	无量纲
2	N_d N_1	频率常数	$N_d = f_s \times d$ $N_1 = \sqrt{\frac{\pi^2 \times (1 - \sigma^E)}{4 \times \eta_1^2}} \times N_d$	Hz·m
3	V_d^E	声速	$V_d^E = \frac{\pi \times d \times f_s}{\eta_1}$	m/s
4	S_{11}^E	短路弹性柔顺常数	$S_{11}^E = \frac{\eta_1^2}{(1 - \sigma^E) \times (\pi \times d \times f_s)^2 \times \rho}$	m ² /N
5	k_p k_{31}	平面机电耦合系数 横向机电耦合系数	$\frac{k_p^2}{1 - k_p^2} = \frac{(1 - \sigma^E) \times J_1[\eta_1 \times (1 + \frac{\Delta f}{f_s})] - \eta_1 \times (1 + \frac{\Delta f}{f_s}) \times J_0[\eta_1 \times (1 + \frac{\Delta f}{f_s})]}{(1 + \sigma^E) \times J_1[\eta_1 \times (1 + \frac{\Delta f}{f_s})]}$ $k_{31} = (\frac{1 - \sigma^E}{2})^{1/2} \times k_p$	无量纲
6	d_{31}	压电应变常数	$d_{31} = (\frac{1 - \sigma^E}{2})^{1/2} \times k_p \times \sqrt{\varepsilon_{r3}^T \times \varepsilon_0 \times S_{11}^E}$	C/N 或 m/V
7	g_{31}	压电电压常数	$g_{31} = \frac{d_{31}}{\varepsilon_{r3}^T \times \varepsilon_0}$	V·m/N 或 m ² /C

注1: η_1 是方程 $\eta \times J_0(\eta) - (1 - \sigma^E) \times J_1(\eta) = 0$ 的最低正根, 与泊松比 σ^E 有关系, 它们之间的对应关系见附录 B。

注2: 因 k_p 计算复杂, 通常可先计算出 $\Delta f/f_s$ 的值, 根据不同 σ^E 值通过查 GB/T 2414.1—1998 附录 A “ $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表” 确定 k_p 值。

4.5.5 厚向极化圆片元件径向伸缩模性能参数与圆片元件径向伸缩模材料标准性能参数的比较

从图21~图24中找出对应于某一直径与厚度比 d/t 的归一化值, 用实用元件参数值 N_d 、 S_{11}^E 、 k_p 和 d_{31} 除以相应的归一化值得到标准元件参数值。

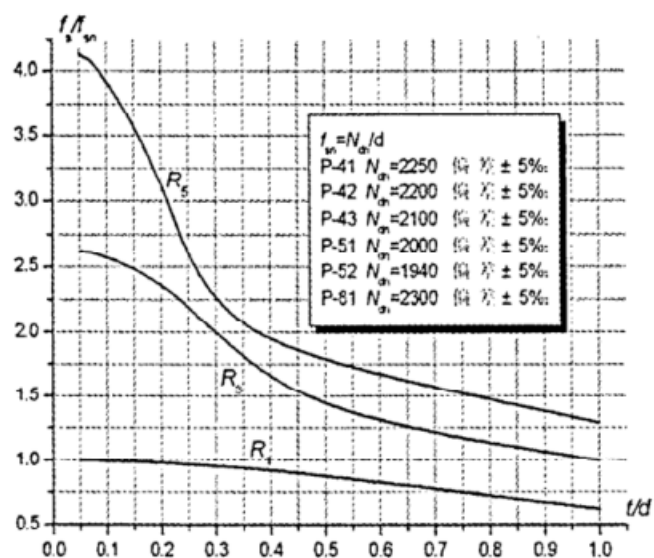


图20 厚向极化圆片元件径向伸缩模基频 R_1 、三次 R_3 及五次泛音 R_5 谐振频率 f_n 归一化值随厚度直径比 t/d 的变化

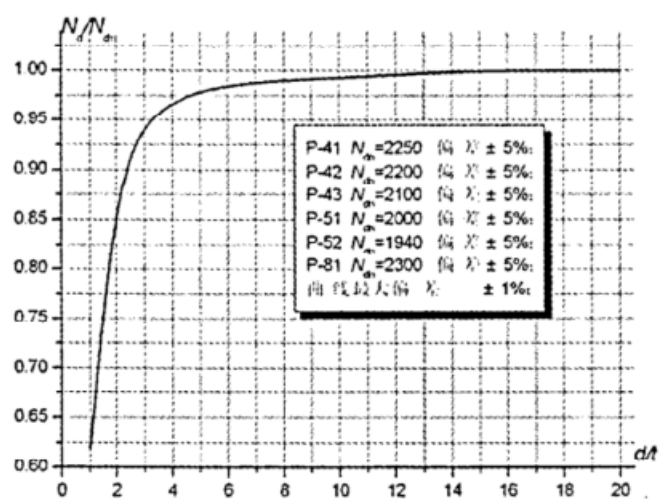


图21 厚向极化圆片元件径向伸缩模频率常数 N_d 归一化值随直径厚度比 d/t 的变化

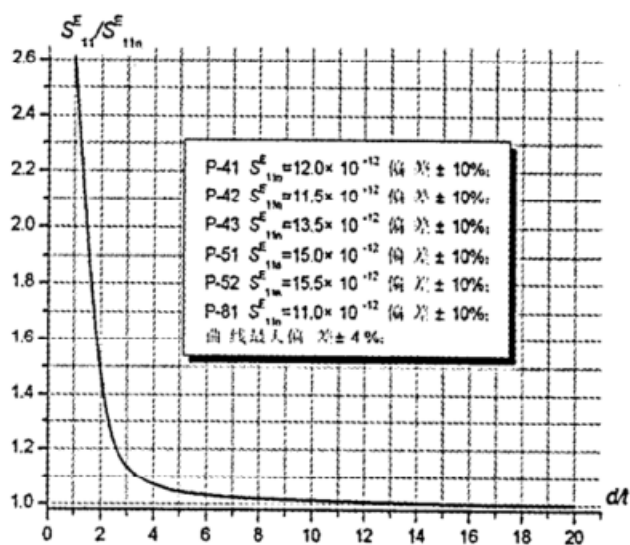


图22 厚向极化圆片元件径向伸缩模弹性柔顺常数 S_{11}^E 归一化值随直径厚度比 d/t 的变化

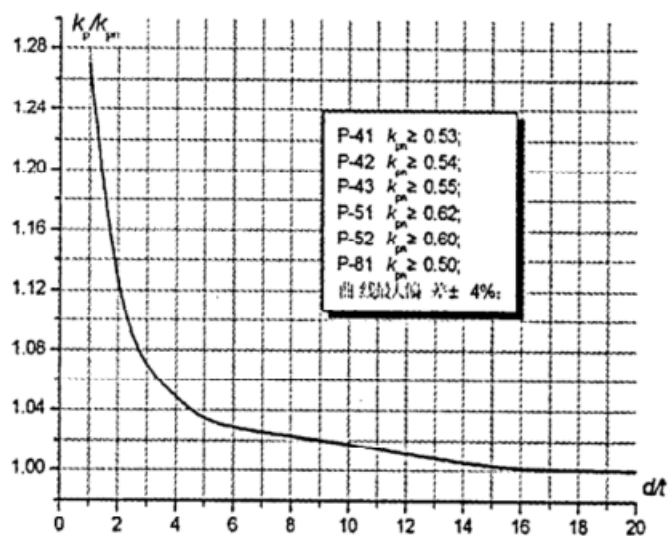


图23 厚向极化圆片元件径向伸缩模平面机电耦合系数 k_p 归一化值随直径厚度比 d/t 的变化

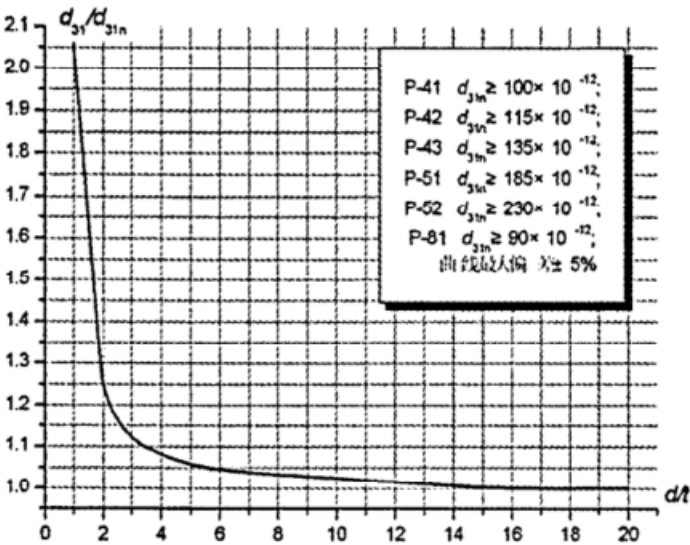
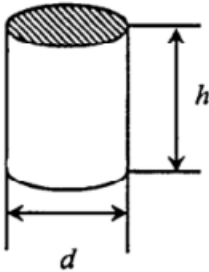


图24 厚向极化圆片元件径向伸缩模压电应变常数 d_{31} 归一化值随直径厚度比 d/t 的变化

4.6 轴向极化圆柱元件纵向伸缩模性能参数的测量与计算

4.6.1 圆柱元件几何尺寸的要求

圆柱元件几何尺寸见图 25。其中， d/h 应不大于 1。



说明：
 d ——圆柱元件的直径；
 h ——圆柱元件的高度。

图25 轴向极化圆柱元件

4.6.2 纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 的初定

按图26可初定某一高度与直径之比 h/d 的纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 。

4.6.3 纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、自由电容 C^0 的测量。

按GB/T 3389—2008规定的试验条件和方法测量 f_s 、 f_p 和 C^0 。

4.6.4 纵向长度伸缩模性能参数的计算

按表6所列公式计算圆柱元件性能参数。

表6 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模性能参数的计算公式

序号	符号	名称	计算公式	单位
1	ϵ_{r3}^T	自由相对介电常数	$\epsilon_{r3}^T = \frac{14.4 \times C^T \times h}{d^2} \times 10^{10}$	无量纲
2	N_3	频率常数	$N_3 = f_p \times h$	Hz · m
3	V_3^D	声速	$V_3^D = 2 \times h \times f_p$	m/s
4	S_{33}^D	开路弹性柔顺常数	$S_{33}^D = \frac{1}{4 \times \rho \times (h \times f_p)^2}$	m ² /N
5	S_{33}^E	短路弹性柔顺常数	$S_{33}^E = \frac{S_{33}^D}{1 - k_{33}^2}$	m ² /N
6	k_{33}	纵向机电耦合系数	$k_{33}^2 = \frac{\pi \times f_s}{2 \times f_p} \times \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} \times \frac{\Delta f}{f_p}\right)$	无量纲
7	d_{33}	压电应变常数	$d_{33} = k_{33} \times \sqrt{\epsilon_{r3}^T \times \epsilon_0 \times S_{33}^E}$	C/N 或 m/V
8	g_{33}	压电电压常数	$g_{33} = \frac{d_{33}}{\epsilon_{r3}^T \times \epsilon_0}$	V · m/N 或 m ² /C

4.6.5 圆柱元件纵向长度伸缩模性能参数与纵向长度伸缩模材料标准性能参数的比较

从图 27～图 30 中找出对应于高度与直径之比 h/d 的归一化值，用实用元件参数值 N_3 、 S_{33}^D 、 k_{33} 和 d_{33} 除以相应的归一化值得到标准元件参数值。

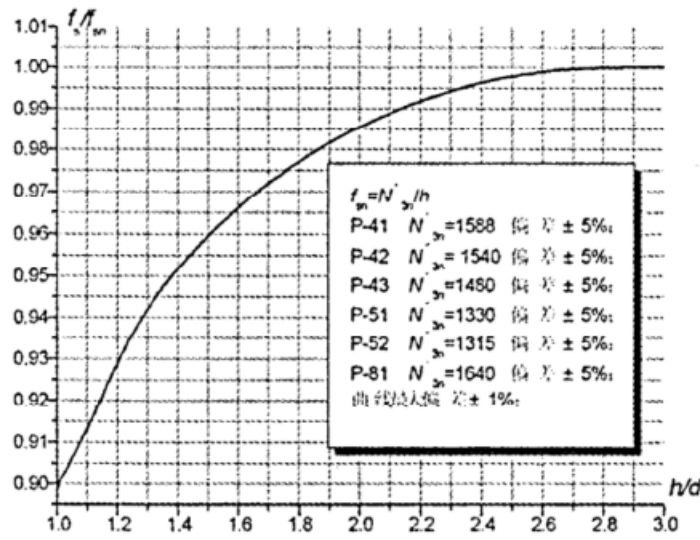


图26 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模谐振频率 f_n 归一化值随高度直径之比 h/d 的变化

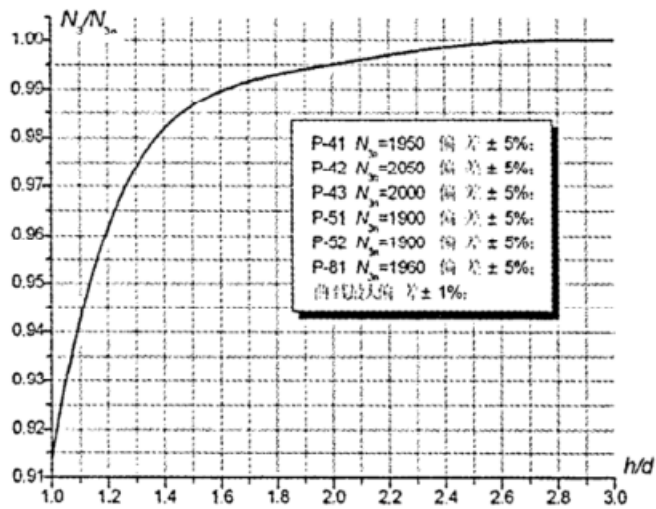


图27 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模频率常数 N_3 归一化值随高度直径之比 h/d 的变化

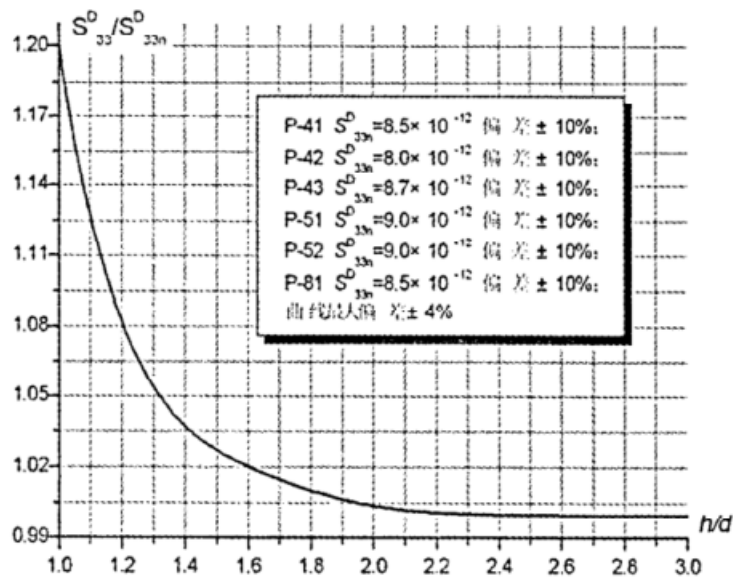


图28 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模弹性柔顺常数 S_{33}^0 归一化值随高度直径之比 h/d 的变化

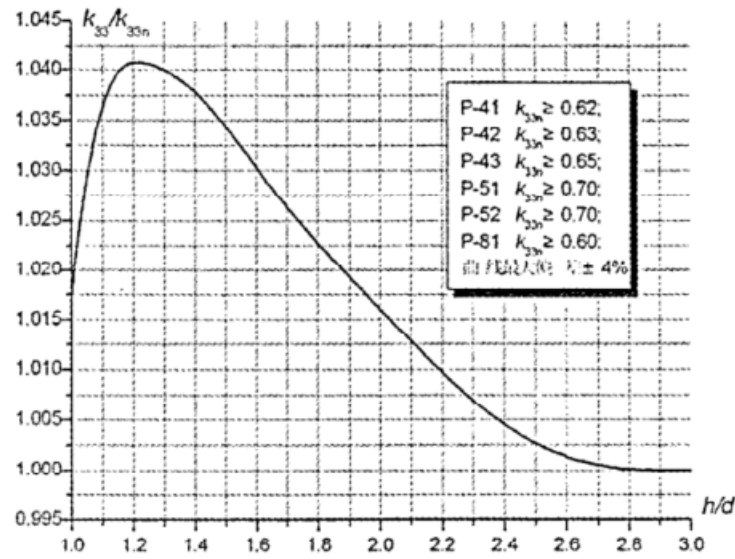


图29 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模机电耦合系数 k_{33} 归一化值随高度直径之比 h/d 的变化

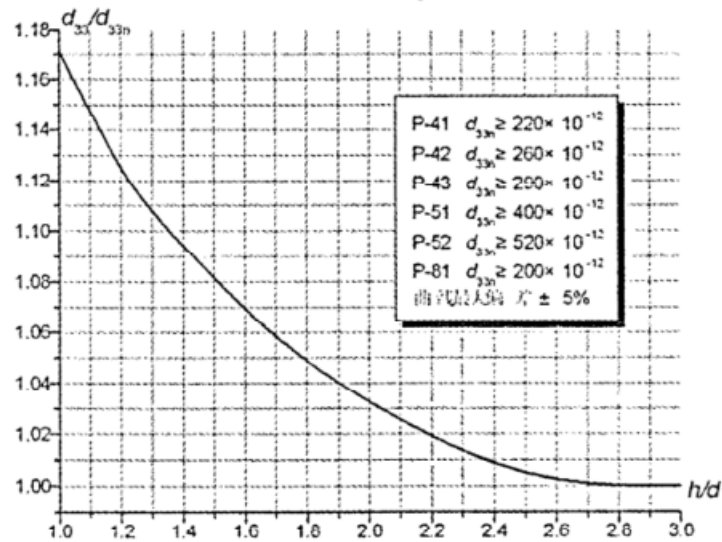
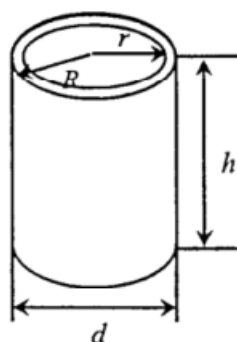


图30 轴向极化圆柱元件纵向长度伸缩模压电应变常数 d_{33} 归一化值随高度直径之比 h/d 的变化

4.7 轴向极化圆管元件纵向伸缩模性能参数的测量和计算

4.7.1 圆管元件几何尺寸的要求

圆管元件几何尺寸见图31。其中， d/h 应不大于1，且 $3 \leq d/(R-r) \leq 6$ 。



说明:

d ——圆管元件的外径;

R ——圆管元件的外半径;

r ——圆管元件的内半径;

h ——圆管元件的高度。

图31 轴向极化圆管元件

4.7.2 纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 的初定

按图32可初定某一高与直径之比 h/d 的纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 。

4.7.3 纵向长度伸缩模基波串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、自由电容 C^f 的测量

按GB/T 3389—2008所规定的试验条件和方法测量 f_s 、 f_p 和 C^f 。

4.7.4 纵向长度伸缩模性能参数的计算

按表6所列公式计算元件性能参数，但介电常数按公式(1)计算。

$$\epsilon_{rs}^T = \frac{3.6 \times C^f \times h}{(R^2 - r^2)} \times 10^{10} \dots\dots\dots (1)$$

4.7.5 圆管元件纵向长度伸缩模性能参数与纵向长度伸缩模材料标准性能参数的比较

从图33~图36中找出对应于高与直径之比 h/d 的归一化值，用实用元件参数值 N_0 、 S_{33}^0 、 k_{33} 和 d_{33} 除以相应的归一化值得到标准元件参数值。

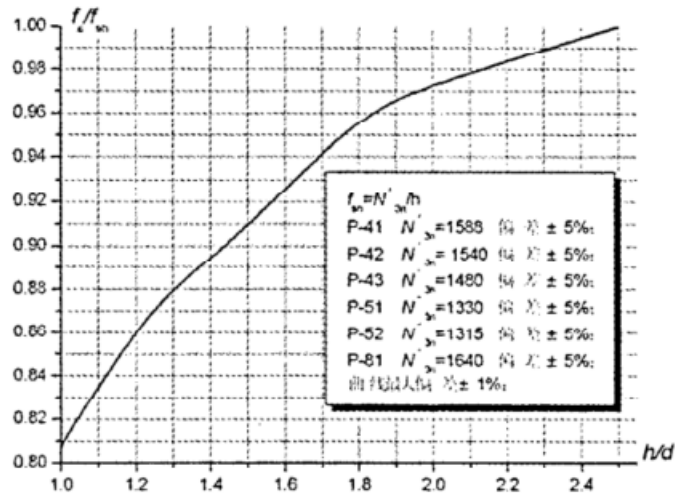


图32 轴向极化圆管元件纵向伸缩模谐振频率 f 归一化值随高度外径比 h/d 的变化

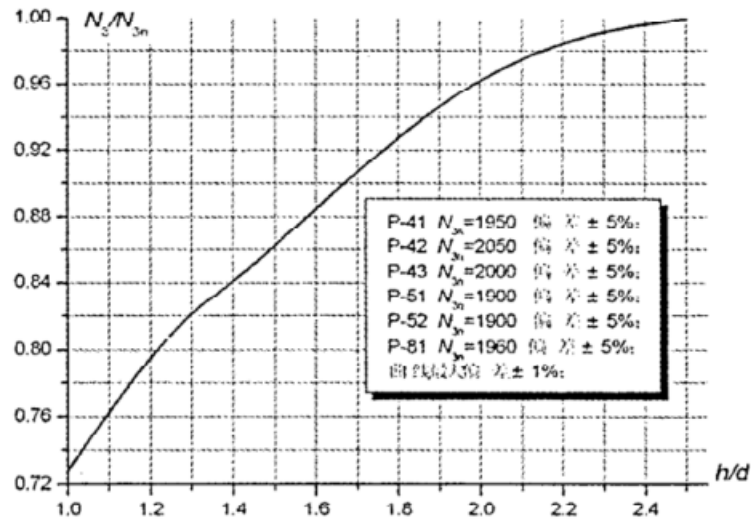
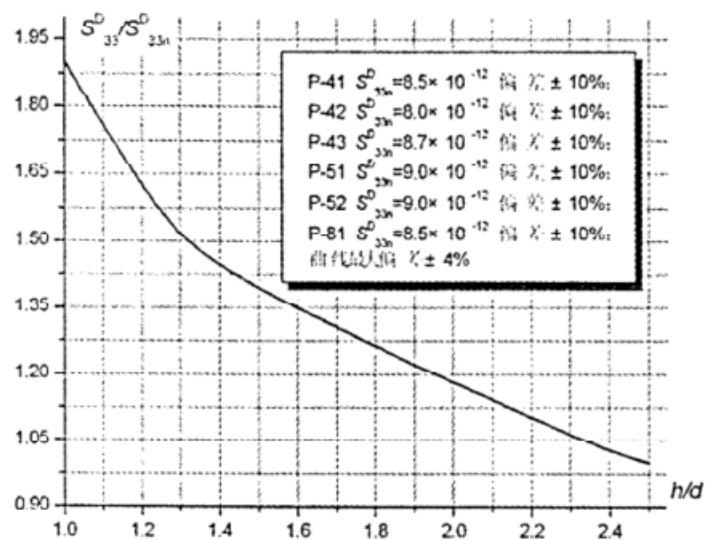
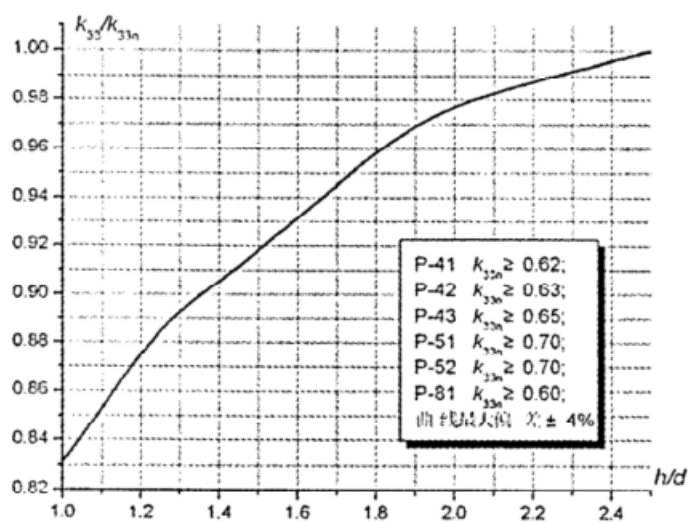


图33 轴向极化圆管元件纵向伸缩模频率常数 N_3 归一化值随高度外径比 h/d 的变化

图34 轴向极化圆管元件纵向伸缩模弹性柔顺常数 S_{33}^0 归一化值随高度外径比 h/d 的变化图35 轴向极化圆管元件纵向伸缩模机电耦合系数 k_{33} 归一化值随高度外径比 h/d 的变化

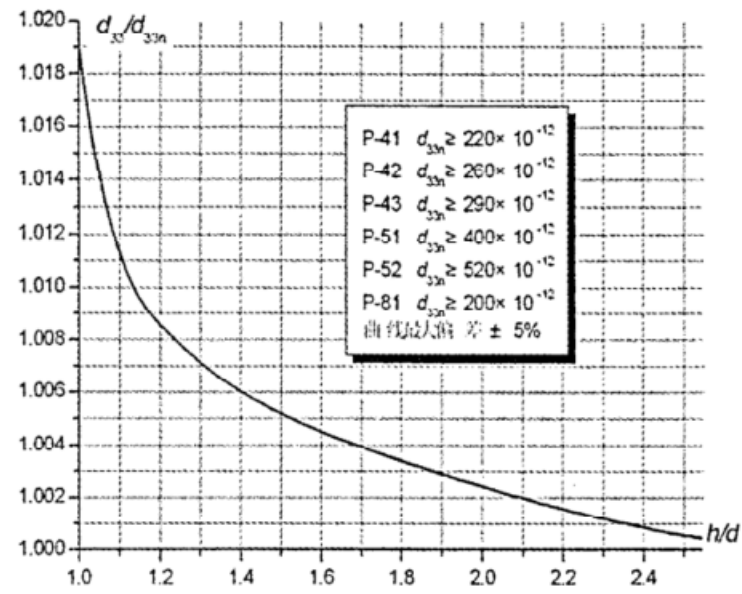


图36 轴向极化圆管元件纵向伸缩模压电应变常数 d_{33} 归一化值随高度外径比 h/d 的变化

附 录 A
(规范性附录)

中孔薄圆片外径内径比 R/r 与相应的 $|A|$ 、 $|C|$ 值

中孔薄圆片元件的外径内径比 R/r 与相应的 $|A|$ 、 $|C|$ 值见表A.1

表A.1 中孔薄圆片元件的外径内径比 R/r 与相应的 $|A|$ 、 $|C|$ 值

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $
1.25	1.064 7	5.612 3	1.057 6	5.775 9	1.050 0	5.949 6	1.041 8	6.134 2	1.033	6.330 9
1.30	1.085 1	5.573 9	1.077 9	5.735 9	1.070 2	5.907 8	1.062 0	6.090 6	1.053	6.285 4
1.35	1.104 9	5.531 5	1.097 7	5.691 6	1.089 9	5.861 6	1.081 6	6.042 4	1.072	6.235 1
1.40	1.124 3	5.485 7	1.117 0	5.643 8	1.109 2	5.811 7	1.100 8	5.990 3	1.091	6.180 7
1.45	1.143 1	5.437 0	1.135 8	5.593 0	1.128 0	5.758 7	1.119 5	5.935 0	1.110	6.123 0
1.50	1.161 5	5.386 1	1.154 2	5.539 8	1.146 3	5.703 2	1.137 8	5.877 1	1.128	6.062 5
1.55	1.179 4	5.333 3	1.172 1	5.484 6	1.164 2	5.645 5	1.155 7	5.816 9	1.146	5.999 7
1.60	1.197 0	5.278 9	1.189 7	5.427 9	1.181 7	5.586 3	1.173 2	5.755 0	1.164	5.935 1
1.65	1.214 1	5.223 4	1.206 8	5.369 8	1.198 9	5.525 6	1.190 4	5.691 7	1.181	5.868 9
1.70	1.230 8	5.167 0	1.223 5	5.310 9	1.215 6	5.464 0	1.207 1	5.627 3	1.197	5.801 7
1.75	1.247 1	5.109 9	1.239 9	5.251 2	1.232 0	5.401 7	1.223 5	5.562 2	1.214	5.733 6
1.80	1.263 0	5.052 4	1.255 8	5.191 1	1.248 0	5.338 9	1.239 6	5.496 5	1.230	5.665 0
1.85	1.278 6	4.994 8	1.271 5	5.130 8	1.263 7	5.275 8	1.255 3	5.430 6	1.246	5.596 1
1.90	1.293 8	4.937 0	1.286 8	5.070 4	1.279 0	5.212 6	1.270 7	5.364 5	1.261	5.527 0
1.95	1.308 7	4.879 4	1.301 7	5.010 1	1.294 1	5.149 6	1.285 7	5.298 5	1.276	5.458 0
2.00	1.323 3	4.822 0	1.316 3	4.950 1	1.308 7	5.086 7	1.300 5	5.232 8	1.291	5.389 2
2.05	1.337 5	4.765 0	1.330 6	4.890 4	1.323 1	5.024 2	1.314 9	5.167 4	1.306	5.320 8
2.10	1.351 4	4.708 4	1.344 6	4.831 1	1.337 2	4.962 2	1.329 1	5.102 4	1.320	5.252 8
2.15	1.365 0	4.652 4	1.358 3	4.772 4	1.351 0	4.900 7	1.342 9	5.038 1	1.334	5.185 4
2.20	1.378 3	4.597 0	1.371 7	4.714 3	1.364 5	4.839 8	1.356 5	4.974 3	1.347	5.118 6
2.25	1.391 3	4.542 2	1.384 8	4.656 9	1.377 7	4.779 7	1.369 8	4.911 3	1.361	5.052 6
2.30	1.404 0	4.488 2	1.397 7	4.600 3	1.390 6	4.720 3	1.382 8	4.849 1	1.374	4.987 4
2.35	1.416 4	4.434 9	1.410 2	4.544 4	1.403 3	4.661 8	1.395 6	4.787 7	1.387	4.923 1
2.40	1.428 6	4.382 5	1.422 5	4.489 4	1.415 7	4.604 1	1.408 1	4.727 2	1.399	4.859 6
2.45	1.440 5	4.330 9	1.434 5	4.435 3	1.427 8	4.547 3	1.420 4	4.667 6	1.412	4.797 1
2.50	1.452 1	4.280 2	1.446 3	4.382 0	1.439 7	4.491 4	1.432 4	4.609 0	1.424	4.735 6
2.55	1.463 5	4.230 3	1.457 8	4.329 7	1.451 4	4.436 5	1.444 1	4.551 3	1.436	4.675 1
2.60	1.474 6	4.181 4	1.469 1	4.278 3	1.462 8	4.382 5	1.455 7	4.494 7	1.447	4.615 7
2.65	1.485 5	4.133 4	1.480 1	4.227 9	1.473 9	4.329 5	1.467 0	4.439 1	1.459	4.557 2

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $
2.70	1.496 2	4.086 3	1.490 9	4.178 4	1.484 9	4.277 5	1.478 0	4.384 4	1.470 4	4.499 9
2.75	1.506 6	4.040 2	1.501 5	4.129 9	1.495 6	4.226 6	1.488 9	4.330 9	1.481 4	4.443 6
2.80	1.516 8	3.995 0	1.511 8	4.082 4	1.506 1	4.176 6	1.499 5	4.278 3	1.492 1	4.388 4
2.85	1.526 8	3.950 7	1.521 9	4.035 8	1.516 3	4.127 6	1.509 9	4.226 9	1.502 7	4.334 2
2.90	1.536 5	3.907 4	1.531 8	3.990 2	1.526 4	4.079 7	1.520 1	4.176 4	1.513 0	4.281 2
2.95	1.546 1	3.865 0	1.541 5	3.945 6	1.536 2	4.032 7	1.530 1	4.127 0	1.523 1	4.229 2
3.00	1.555 4	3.823 5	1.551 0	3.901 9	1.545 9	3.986 7	1.539 9	4.078 6	1.533 1	4.178 3
3.05	1.564 5	3.782 9	1.560 3	3.859 1	1.555 3	3.941 7	1.549 5	4.031 3	1.542 8	4.128 4
3.10	1.573 4	3.743 2	1.569 4	3.817 4	1.564 5	3.897 7	1.558 9	3.984 9	1.552 4	4.079 7
3.15	1.582 2	3.704 4	1.578 3	3.776 5	1.573 6	3.854 7	1.568 1	3.939 6	1.561 7	4.031 9
3.20	1.590 7	3.666 5	1.587 0	3.736 6	1.582 4	3.812 6	1.577 1	3.895 2	1.570 9	3.985 2
3.25	1.599 1	3.629 5	1.595 5	3.697 5	1.591 1	3.771 5	1.585 9	3.851 9	1.579 9	3.939 5
3.30	1.607 2	3.593 3	1.603 8	3.659 4	1.599 6	3.731 2	1.594 6	3.809 5	1.588 7	3.894 8
3.35	1.615 2	3.558 0	1.612 0	3.622 1	1.607 9	3.692 0	1.603 1	3.768 1	1.597 3	3.851 1
3.40	1.623 1	3.523 5	1.620 0	3.585 7	1.616 1	3.653 6	1.611 4	3.727 6	1.605 8	3.808 4
3.45	1.630 7	3.489 8	1.627 8	3.550 2	1.624 1	3.616 1	1.619 5	3.688 0	1.614 1	3.766 7
3.50	1.638 2	3.457 0	1.635 4	3.515 5	1.631 9	3.579 4	1.627 5	3.649 4	1.622 3	3.725 9
3.55	1.645 5	3.424 9	1.642 9	3.481 6	1.639 5	3.543 7	1.635 3	3.611 6	1.630 2	3.686 0
3.60	1.652 7	3.393 5	1.650 3	3.448 5	1.647 0	3.508 7	1.643 0	3.574 7	1.638 1	3.647 1
3.65	1.659 7	3.363 0	1.657 4	3.416 2	1.654 4	3.474 6	1.650 5	3.538 7	1.645 7	3.609 1
3.70	1.666 6	3.333 1	1.664 4	3.384 7	1.661 5	3.441 3	1.657 8	3.503 5	1.653 2	3.571 9
3.75	1.673 3	3.304 0	1.671 3	3.353 9	1.668 6	3.408 8	1.665 0	3.469 2	1.660 6	3.535 6
3.80	1.679 8	3.275 6	1.678 0	3.323 9	1.675 5	3.377 1	1.672 1	3.435 6	1.667 8	3.500 2
3.85	1.686 2	3.247 9	1.684 6	3.294 6	1.682 2	3.346 1	1.679 0	3.402 9	1.674 9	3.465 5
3.90	1.692 5	3.220 8	1.691 1	3.266 0	1.688 8	3.315 9	1.685 8	3.370 9	1.681 8	3.431 7
3.95	1.698 7	3.194 5	1.697 4	3.238 1	1.695 3	3.286 4	1.692 4	3.339 7	1.688 6	3.398 7
4.00	1.704 7	3.168 7	1.703 6	3.210 9	1.701 6	3.257 6	1.698 9	3.309 3	1.695 3	3.366 5
4.05	1.710 6	3.143 6	1.709 6	3.184 3	1.707 8	3.229 5	1.705 3	3.279 5	1.701 8	3.335 0
4.10	1.716 3	3.119 1	1.715 5	3.158 4	1.713 9	3.202 0	1.711 5	3.250 5	1.708 2	3.304 3
4.15	1.722 0	3.095 2	1.721 3	3.133 1	1.719 9	3.175 3	1.717 6	3.222 2	1.714 5	3.274 3
4.20	1.727 5	3.071 9	1.727 0	3.108 4	1.725 7	3.149 1	1.723 6	3.194 5	1.720 6	3.245 0
4.25	1.732 9	3.049 1	1.732 5	3.084 3	1.731 4	3.123 6	1.729 5	3.167 5	1.726 7	3.216 5
4.30	1.738 2	3.027 0	1.738 0	3.060 8	1.737 0	3.098 8	1.735 2	3.141 2	1.732 6	3.188 6
4.35	1.743 4	3.005 3	1.743 3	3.037 9	1.742 5	3.074 5	1.740 8	3.115 5	1.738 4	3.161 3
4.40	1.748 4	2.984 2	1.748 5	3.015 5	1.747 8	3.050 8	1.746 4	3.090 4	1.744 1	3.134 7
4.45	1.753 4	2.963 6	1.753 6	2.993 7	1.753 1	3.027 7	1.751 8	3.065 9	1.749 6	3.108 8
4.50	1.758 2	2.943 5	1.758 6	2.972 4	1.758 2	3.005 1	1.757 1	3.041 9	1.755 1	3.083 4
4.55	1.763 0	2.923 9	1.763 5	2.951 6	1.763 3	2.983 1	1.762 3	3.018 6	1.760 4	3.058 7
4.60	1.767 6	2.904 7	1.768 3	2.931 4	1.768 2	2.961 6	1.767 4	2.995 8	1.765 7	3.034 5

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $
4.65	1.772 2	2.886 1	1.773 0	2.911 6	1.773 1	2.940 6	1.772 4	2.973 6	1.770 8	3.010 9
4.70	1.776 6	2.867 9	1.777 6	2.892 3	1.777 8	2.920 1	1.777 3	2.951 9	1.775 9	2.987 9
4.75	1.781 0	2.850 1	1.782 1	2.873 4	1.782 5	2.900 1	1.782 0	2.930 7	1.780 8	2.965 4
4.80	1.785 2	2.832 7	1.786 5	2.855 0	1.787 0	2.880 6	1.786 7	2.910 0	1.785 7	2.943 4
4.85	1.789 4	2.815 8	1.790 8	2.837 0	1.791 5	2.861 6	1.791 3	2.889 8	1.790 4	2.922 0
4.90	1.793 5	2.799 3	1.795 0	2.819 5	1.795 8	2.843 0	1.795 9	2.870 0	1.795 1	2.901 1
4.95	1.797 5	2.783 1	1.799 2	2.802 4	1.800 1	2.824 8	1.800 3	2.850 8	1.799 7	2.880 6
5.00	1.801 5	2.767 4	1.803 3	2.785 7	1.804 3	2.807 1	1.804 6	2.832 0	1.804 1	2.860 7
5.05	1.805 3	2.752 0	1.807 2	2.769 4	1.808 4	2.789 8	1.808 9	2.813 6	1.808 5	2.841 2
5.10	1.809 1	2.737 0	1.811 1	2.753 5	1.812 5	2.772 9	1.813 1	2.795 7	1.812 8	2.822 2
5.15	1.812 8	2.722 3	1.814 9	2.737 9	1.816 4	2.756 4	1.817 1	2.778 2	1.817 1	2.803 6
5.20	1.816 4	2.708 0	1.818 7	2.722 7	1.820 3	2.740 3	1.821 1	2.761 1	1.821 2	2.785 4
5.25	1.819 9	2.694 1	1.822 4	2.707 9	1.824 1	2.724 6	1.825 1	2.744 4	1.825 3	2.767 7
5.30	1.823 4	2.680 4	1.826 0	2.693 4	1.827 8	2.709 2	1.828 9	2.728 1	1.829 3	2.750 3
5.35	1.826 8	2.667 1	1.829 5	2.679 3	1.831 5	2.694 2	1.832 7	2.712 1	1.833 2	2.733 4
5.40	1.830 1	2.654 1	1.832 9	2.665 5	1.835 0	2.679 5	1.836 4	2.696 6	1.837 0	2.716 9
5.45	1.833 4	2.641 4	1.836 3	2.652 0	1.838 5	2.665 2	1.840 0	2.681 3	1.840 8	2.700 7
5.50	1.836 6	2.628 9	1.839 6	2.638 8	1.842 0	2.651 2	1.843 6	2.666 5	1.844 5	2.684 9
5.55	1.839 7	2.616 8	1.842 9	2.625 9	1.845 4	2.637 5	1.847 1	2.652 0	1.848 1	2.669 5
5.60	1.842 8	2.604 9	1.846 1	2.613 3	1.848 7	2.624 2	1.850 5	2.637 8	1.851 7	2.654 4
5.65	1.845 8	2.593 4	1.849 2	2.601 0	1.851 9	2.611 0	1.853 9	2.623 9	1.855 2	2.639 7
5.70	1.848 8	2.582 0	1.852 3	2.589 0	1.855 1	2.598 4	1.857 2	2.610 3	1.858 6	2.625 3
5.75	1.851 7	2.571 0	1.855 3	2.577 3	1.858 2	2.585 9	1.860 4	2.597 1	1.862 0	2.611 2
5.80	1.854 5	2.560 2	1.858 2	2.565 8	1.861 3	2.573 7	1.863 6	2.584 1	1.865 2	2.597 4
5.85	1.857 3	2.549 6	1.861 1	2.554 6	1.864 3	2.561 8	1.866 7	2.571 5	1.868 5	2.584 0
5.90	1.860 0	2.539 3	1.863 9	2.543 6	1.867 2	2.550 1	1.869 8	2.559 1	1.871 7	2.570 8
5.95	1.862 7	2.529 2	1.866 7	2.532 9	1.870 1	2.538 7	1.872 8	2.547 0	1.874 8	2.557 9
6.00	1.865 3	2.519 3	1.869 4	2.522 4	1.872 9	2.527 6	1.875 7	2.535 2	1.877 8	2.545 4
6.05	1.867 9	2.509 6	1.872 1	2.512 1	1.875 7	2.516 7	1.878 6	2.523 6	1.880 8	2.533 1
6.10	1.870 4	2.500 2	1.874 7	2.502 1	1.878 4	2.506 1	1.881 5	2.512 3	1.883 8	2.521 0
6.15	1.872 9	2.490 9	1.877 3	2.492 3	1.881 1	2.495 6	1.884 2	2.501 2	1.886 7	2.509 3
6.20	1.875 3	2.481 9	1.879 8	2.482 7	1.883 7	2.485 5	1.887 0	2.490 4	1.889 5	2.497 8
6.25	1.877 7	2.473 1	1.882 3	2.473 3	1.886 3	2.475 5	1.889 7	2.479 8	1.892 3	2.486 5
6.30	1.880 1	2.464 4	1.884 8	2.464 1	1.888 8	2.465 7	1.892 3	2.469 4	1.895 1	2.475 5
6.35	1.882 4	2.455 9	1.887 1	2.455 2	1.891 3	2.456 2	1.894 9	2.459 3	1.897 7	2.464 7
6.40	1.884 6	2.447 7	1.889 5	2.446 4	1.893 8	2.446 9	1.897 4	2.449 4	1.900 4	2.454 2
6.45	1.886 8	2.439 6	1.891 8	2.437 8	1.896 2	2.437 7	1.899 9	2.439 7	1.903 0	2.443 8
6.50	1.889 0	2.431 6	1.894 0	2.429 3	1.898 5	2.428 8	1.902 4	2.430 2	1.905 5	2.433 7
6.55	1.891 1	2.423 9	1.896 3	2.421 1	1.900 8	2.420 0	1.904 8	2.420 9	1.908 0	2.423 9

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^t=0.30$		$\sigma^t=0.32$		$\sigma^t=0.34$		$\sigma^t=0.36$		$\sigma^t=0.38$	
	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $
6.60	1.893 2	2.416 3	1.898 4	2.413 0	1.903 1	2.411 5	1.907 1	2.411 8	1.910 5	2.414 2
6.65	1.895 3	2.408 8	1.900 6	2.405 1	1.905 3	2.403 1	1.909 4	2.402 9	1.912 9	2.404 7
6.70	1.897 3	2.401 6	1.902 7	2.397 4	1.907 5	2.394 9	1.911 7	2.394 2	1.915 3	2.395 4
6.75	1.899 3	2.394 4	1.904 7	2.389 8	1.909 6	2.386 8	1.913 9	2.385 6	1.917 6	2.386 4
6.80	1.901 2	2.387 4	1.906 8	2.382 4	1.911 7	2.379 0	1.916 1	2.377 2	1.919 9	2.377 5
6.85	1.903 1	2.380 6	1.908 7	2.375 2	1.913 8	2.371 3	1.918 3	2.369 1	1.922 1	2.368 8
6.90	1.905 0	2.373 9	1.910 7	2.368 1	1.915 9	2.363 7	1.920 4	2.361 0	1.924 4	2.360 2
6.95	1.906 8	2.367 3	1.912 6	2.361 1	1.917 8	2.356 3	1.922 5	2.353 2	1.926 5	2.351 9
7.00	1.908 6	2.360 9	1.914 5	2.354 3	1.919 8	2.349 1	1.924 5	2.345 5	1.928 7	2.343 7
7.05	1.910 4	2.354 6	1.916 3	2.347 6	1.921 7	2.342 0	1.926 6	2.338 0	1.930 8	2.335 7
7.10	1.912 1	2.348 5	1.918 2	2.341 0	1.923 6	2.335 0	1.928 5	2.330 6	1.932 8	2.327 9
7.15	1.913 8	2.342 4	1.919 9	2.334 6	1.925 5	2.328 2	1.930 5	2.323 3	1.934 9	2.320 2
7.20	1.915 5	2.336 5	1.921 7	2.328 3	1.927 3	2.321 5	1.932 4	2.316 2	1.936 8	2.312 6
7.25	1.917 2	2.330 7	1.923 4	2.322 2	1.929 1	2.315 0	1.934 3	2.309 3	1.938 8	2.305 2
7.30	1.918 8	2.325 0	1.925 1	2.316 1	1.930 9	2.308 6	1.936 1	2.302 5	1.940 7	2.298 0
7.35	1.920 4	2.319 4	1.926 8	2.310 2	1.932 6	2.302 3	1.937 9	2.295 8	1.942 6	2.290 9
7.40	1.922 0	2.313 9	1.928 4	2.304 4	1.934 3	2.296 1	1.939 7	2.289 3	1.944 5	2.284 0
7.45	1.923 5	2.308 6	1.930 0	2.298 7	1.936 0	2.290 1	1.941 5	2.282 9	1.946 3	2.277 1
7.50	1.925 0	2.303 3	1.931 6	2.293 1	1.937 7	2.284 2	1.943 2	2.276 6	1.948 1	2.270 5
7.55	1.926 5	2.298 2	1.933 2	2.287 7	1.939 3	2.278 4	1.944 9	2.270 4	1.949 9	2.263 9
7.60	1.928 0	2.293 1	1.934 7	2.282 3	1.940 9	2.272 7	1.946 5	2.264 4	1.951 6	2.257 5
7.65	1.929 4	2.288 1	1.936 2	2.277 0	1.942 4	2.267 1	1.948 2	2.258 4	1.953 3	2.251 2
7.70	1.930 8	2.283 3	1.937 7	2.271 9	1.944 0	2.261 6	1.949 8	2.252 6	1.955 0	2.245 0
7.75	1.932 2	2.278 5	1.939 1	2.266 8	1.945 5	2.256 2	1.951 4	2.246 9	1.956 7	2.238 9
7.80	1.933 6	2.273 8	1.940 5	2.261 8	1.947 0	2.251 0	1.952 9	2.241 3	1.958 3	2.233 0
7.85	1.934 9	2.269 2	1.941 9	2.257 0	1.948 5	2.245 8	1.954 5	2.235 8	1.959 9	2.227 2
7.90	1.936 3	2.264 7	1.943 3	2.252 2	1.949 9	2.240 7	1.956 0	2.230 4	1.961 5	2.221 4
7.95	1.937 6	2.260 3	1.944 7	2.247 5	1.951 3	2.235 7	1.957 4	2.225 1	1.963 0	2.215 8
8.00	1.938 8	2.255 9	1.946 0	2.242 9	1.952 7	2.230 9	1.958 9	2.220 0	1.964 6	2.210 3
8.05	1.940 1	2.251 7	1.947 3	2.238 4	1.954 1	2.226 1	1.960 3	2.214 9	1.966 1	2.204 9
8.10	1.941 3	2.247 5	1.948 6	2.233 9	1.955 4	2.221 4	1.961 8	2.209 9	1.967 5	2.199 6
8.15	1.942 6	2.243 4	1.949 9	2.229 6	1.956 8	2.216 7	1.963 1	2.205 0	1.969 0	2.199 4
8.20	1.943 8	2.239 3	1.951 2	2.225 3	1.958 1	2.212 2	1.964 5	2.200 2	1.970 4	2.189 3
8.25	1.944 9	2.235 4	1.952 4	2.221 1	1.959 4	2.207 7	1.965 9	2.195 4	1.971 8	2.184 3
8.30	1.946 1	2.231 5	1.953 6	2.217 0	1.960 6	2.203 4	1.967 2	2.190 8	1.973 2	2.179 4
8.35	1.947 2	2.227 7	1.954 8	2.212 9	1.961 9	2.199 1	1.968 5	2.186 2	1.974 6	2.174 5
8.40	1.948 4	2.223 9	1.956 0	2.208 9	1.963 1	2.194 9	1.969 8	2.181 8	1.975 9	2.168 9
8.45	1.949 5	2.220 2	1.957 1	2.205 0	1.964 3	2.190 7	1.971 0	2.177 4	1.977 3	2.165 1
8.50	1.950 6	2.216 6	1.958 3	2.201 2	1.965 5	2.186 7	1.972 3	2.173 1	1.978 6	2.160 5

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $	$ A $	$ C $
8.55	1.951 6	2.213 1	1.959 4	2.197 4	1.966 7	2.182 7	1.973 5	2.168 8	1.979 8	2.156 0
8.60	1.952 7	2.209 6	1.960 5	2.193 7	1.967 8	2.178 7	1.974 7	2.164 7	1.981 1	2.151 6
8.65	1.953 7	2.206 1	1.961 6	2.190 1	1.969 0	2.174 9	1.975 9	2.160 6	1.982 4	2.147 3
8.70	1.954 7	2.202 8	1.962 6	2.186 5	1.970 1	2.171 1	1.977 1	2.156 6	1.983 6	2.143 0
8.75	1.955 7	2.199 4	1.963 7	2.183 0	1.971 2	2.167 4	1.978 2	2.152 6	1.984 8	2.138 8
8.80	1.956 7	2.1962	1.964 7	2.179 6	1.972 3	2.163 7	1.979 4	2.148 7	1.986 0	2.134 7
8.85	1.957 7	2.1930	1.965 7	2.176 2	1.973 3	2.160 1	1.980 5	2.144 9	1.987 1	2.130 7
8.90	1.958 7	2.1898	1.966 8	2.172 8	1.974 4	2.156 6	1.981 6	2.141 2	1.988 3	2.126 7
8.95	1.959 6	2.186 7	1.967 7	2.169 6	1.975 4	2.153 1	1.982 7	2.137 5	1.989 4	2.122 8
9.00	1.960 6	2.183 7	1.968 7	2.166 3	1.976 4	2.149 7	1.983 7	2.133 9	1.990 6	2.119 0
9.05	1.961 5	2.180 7	1.969 7	2.163 2	1.977 5	2.146 4	1.984 8	2.130 3	1.991 7	2.115 2
9.10	1.962 4	2.177 8	1.970 6	2.160 1	1.978 4	2.143 1	1.985 8	2.126 8	1.992 7	2.111 5
9.15	1.963 3	2.174 9	1.971 6	2.157 0	1.979 4	2.139 8	1.986 8	2.123 4	1.993 8	2.107 9
9.20	1.964 1	2.172 0	1.972 5	2.154 0	1.980 4	2.136 6	1.987 9	2.120 0	1.994 9	2.104 3
9.25	1.965 0	2.169 2	1.973 4	2.151 0	1.981 3	2.133 5	1.988 8	2.166 7	1.995 9	2.100 8
9.30	1.965 9	2.166 5	1.974 3	2.148 1	1.982 3	2.130 4	1.989 8	2.113 4	1.996 9	2.097 3
9.35	1.966 7	2.163 8	1.975 1	2.145 3	1.983 2	2.127 4	1.990 8	2.110 2	1.997 9	2.093 9
9.40	1.967 5	2.161 1	1.976 0	2.142 4	1.984 1	2.124 4	1.991 7	2.107 1	1.998 9	2.090 5
9.45	1.968 3	2.158 5	1.976 9	2.139 7	1.985 0	2.121 5	1.992 7	2.104 0	1.999 9	2.087 2
9.50	1.969 1	2.155 9	1.977 7	2.136 9	1.985 9	2.118 6	1.993 6	2.100 9	2.000 9	2.084 0
9.55	1.969 9	2.153 4	1.978 5	2.134 3	1.986 7	2.115 7	1.994 5	2.097 9	2.001 8	2.080 8
9.60	1.970 7	2.150 9	1.979 4	2.131 6	1.987 6	2.112 9	1.995 4	2.094 9	2.002 8	2.077 7
9.65	1.971 5	2.148 4	1.980 2	2.129 0	1.988 4	2.110 2	1.996 3	2.092 0	2.003 7	2.074 6
9.70	1.972 2	2.146 0	1.981 0	2.126 5	1.989 3	2.107 5	1.997 2	2.089 2	2.004 6	2.071 6
9.75	1.973 0	2.143 6	1.981 7	2.123 9	1.990 1	2.104 8	1.998 0	2.086 3	2.005 5	2.068 6
9.80	1.973 7	2.141 3	1.982 5	2.121 5	1.990 9	2.102 2	1.998 9	2.083 6	2.006 4	2.065 6
9.85	1.974 5	2.139 0	1.983 3	2.119 0	1.991 7	2.099 6	1.999 7	2.080 8	2.007 3	2.062 8
9.90	1.975 2	2.136 7	1.984 0	2.116 6	1.992 5	2.097 1	2.000 5	2.078 2	2.008 1	2.059 9
9.95	1.975 9	2.134 5	1.984 8	2.114 3	1.993 2	2.094 6	2.001 3	2.075 5	2.009 0	2.057 1
10.00	1.976 6	2.132 3	1.985 5	2.112 0	1.994 0	2.092 1	2.002 1	2.072 9	2.009 8	2.054 4
10.05	1.977 3	2.130 1	1.986 2	2.109 7	1.994 8	2.089 7	2.002 9	2.070 4	2.010 7	2.051 6
10.10	1.977 9	2.128 0	1.986 9	2.107 4	1.995 5	2.087 3	2.003 7	2.067 8	2.011 5	2.049 0
10.15	1.978 6	2.125 9	1.987 6	2.105 2	1.996 2	2.085 0	2.004 5	2.065 3	2.012 3	2.046 3
10.20	1.979 3	2.123 8	1.988 3	2.103 0	1.997 0	2.082 7	2.005 2	2.062 9	2.013 1	2.043 8
10.25	1.979 9	2.121 8	1.989 0	2.100 9	1.997 7	2.080 4	2.006 0	2.060 5	2.013 9	2.041 2
10.30	1.980 6	2.119 8	1.989 7	2.098 7	1.998 4	2.078 2	2.006 7	2.058 1	2.014 6	2.038 7
10.35	1.981 2	2.117 8	1.990 3	2.096 7	1.999 1	2.076 0	2.007 4	2.055 8	2.015 4	2.036 2
10.40	1.981 8	2.115 9	1.991 0	2.094 6	1.999 8	2.073 8	2.008 2	2.053 5	2.016 2	2.033 8
10.45	1.982 4	2.114 0	1.991 6	2.092 6	2.000 4	2.071 6	2.008 9	2.051 2	2.016 9	2.031 4

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^t=0.30$		$\sigma^t=0.32$		$\sigma^t=0.34$		$\sigma^t=0.36$		$\sigma^t=0.38$	
	$\left \frac{A}{r} \right $	$\left \frac{B}{r} \right $	$\left \frac{A}{r} \right $	$\left \frac{B}{r} \right $	$\left \frac{A}{r} \right $	$\left \frac{B}{r} \right $	$\left \frac{A}{r} \right $	$\left \frac{B}{r} \right $	$\left \frac{A}{r} \right $	$\left \frac{B}{r} \right $
10.50	1.983 0	2.112 1	1.992 3	2.090 6	2.001 1	2.069 5	2.009 6	2.049 0	2.017 6	2.029 0
10.55	1.983 6	2.110 2	1.992 9	2.088 6	2.001 8	2.067 5	2.010 3	2.046 8	2.018 4	2.026 7
10.60	1.984 2	2.108 4	1.993 5	2.086 7	2.002 4	2.065 4	2.010 9	2.044 6	2.019 1	2.024 4
10.65	1.984 8	2.106 6	1.994 1	2.084 8	2.003 0	2.063 4	2.011 6	2.042 5	2.019 8	2.022 2
10.70	1.985 4	2.104 8	1.994 7	2.082 9	2.003 7	2.061 4	2.012 3	2.040 4	2.020 5	2.019 9
10.75	1.986 0	2.103 0	1.995 3	2.081 0	2.004 3	2.059 4	2.012 9	2.038 3	2.021 2	2.017 8
10.80	1.986 5	2.101 3	1.995 9	2.079 2	2.004 9	2.057 5	2.013 6	2.036 3	2.021 8	2.015 6
10.85	1.987 1	2.099 6	1.996 5	2.077 4	2.005 5	2.055 6	2.014 2	2.034 3	2.022 5	2.013 5
10.90	1.987 6	2.097 9	1.997 0	2.075 6	2.006 1	2.053 7	2.014 8	2.032 3	2.023 2	2.011 4
10.95	1.988 2	2.096 3	1.997 6	2.073 9	2.006 7	2.051 9	2.015 5	2.030 4	2.023 8	2.009 3
11.00	1.988 7	2.094 6	1.998 2	2.072 2	2.007 3	2.050 1	2.016 1	2.028 4	2.024 5	2.007 3
11.05	1.989 2	2.093 0	1.998 7	2.070 5	2.007 9	2.048 3	2.016 7	2.026 5	2.025 1	2.005 3
11.10	1.989 7	2.091 4	1.999 3	2.068 8	2.008 4	2.046 5	2.017 3	2.024 7	2.025 7	2.003 3
11.15	1.990 3	2.089 9	1.999 8	2.067 1	2.009 0	2.044 8	2.017 9	2.022 8	2.026 3	2.001 4
11.20	1.990 8	2.088 3	2.000 3	2.065 5	2.009 6	2.043 0	2.018 4	2.021 0	2.026 9	1.999 4
11.25	1.991 3	2.086 8	2.000 9	2.063 9	2.010 1	2.041 3	2.019 0	2.019 2	2.027 6	1.997 5
11.30	1.991 8	2.085 3	2.001 4	2.062 3	2.010 7	2.039 7	2.019 6	2.017 5	2.028 1	1.995 7
11.35	1.992 2	2.083 8	2.001 9	2.060 7	2.011 2	2.038 0	2.020 1	2.015 7	2.028 7	1.993 8
11.40	1.992 7	2.082 4	2.002 4	2.059 2	2.011 7	2.036 4	2.020 7	2.014 0	2.029 3	1.992 0
11.45	1.993 2	2.080 9	2.002 9	2.057 7	2.012 2	2.034 8	2.021 2	2.012 3	2.029 9	1.990 2
11.50	1.993 7	2.079 5	2.003 4	2.056 2	2.012 8	2.033 2	2.021 8	2.010 6	2.030 5	1.988 5
11.55	1.994 1	2.078 1	2.003 9	2.054 7	2.013 3	2.031 7	2.022 3	2.009 0	2.031 0	1.986 7
11.60	1.994 6	2.076 7	2.004 3	2.053 3	2.013 8	2.030 1	2.022 9	2.007 4	2.031 6	1.985 0
11.65	1.995 0	2.075 4	2.004 8	2.051 8	2.014 3	2.028 6	2.023 4	2.005 8	2.032 1	1.983 3
11.70	1.995 5	2.074 0	2.005 3	2.050 4	2.014 8	2.027 1	2.023 9	2.004 2	2.032 7	1.981 7
11.75	1.995 9	2.072 7	2.005 7	2.049 0	2.015 2	2.025 6	2.024 4	2.002 6	2.033 2	1.980 0
11.80	1.996 4	2.071 4	2.006 2	2.047 6	2.015 7	2.024 2	2.024 9	2.001 1	2.033 7	1.978 4
11.85	1.996 8	2.070 1	2.006 7	2.046 3	2.016 2	2.022 7	2.025 4	1.999 6	2.034 2	1.976 8
11.90	1.997 2	2.068 8	2.007 1	2.044 9	2.016 7	2.021 3	2.025 9	1.998 1	2.034 8	1.975 2
11.95	1.997 6	2.067 6	2.007 5	2.043 6	2.017 1	2.019 9	2.026 4	1.996 6	2.035 3	1.973 6
12.00	1.998 1	2.066 3	2.008 0	2.042 3	2.017 6	2.018 5	2.026 8	1.995 1	2.035 8	1.972 1
12.05	1.998 5	2.065 1	2.008 4	2.041 0	2.018 0	2.017 2	2.027 3	1.993 7	2.036 3	1.970 6
12.10	1.998 9	2.063 9	2.008 8	2.039 7	2.018 5	2.015 8	2.027 8	1.992 3	2.036 8	1.969 1
12.15	1.999 3	2.062 7	2.009 2	2.038 4	2.018 9	2.014 5	2.028 2	1.990 9	2.037 2	1.967 6
12.20	1.999 7	2.061 5	2.009 7	2.037 2	2.019 3	2.013 2	2.028 7	1.989 5	2.037 7	1.966 2
12.25	2.000 1	2.060 3	2.010 1	2.036 0	2.019 8	2.011 9	2.029 2	1.988 1	2.038 2	1.964 7
12.30	2.000 4	2.059 2	2.010 5	2.034 8	2.020 2	2.010 6	2.029 6	1.986 8	2.038 7	1.963 3
12.35	2.000 8	2.058 1	2.010 9	2.033 6	2.020 6	2.009 4	2.030 0	1.985 5	2.039 1	1.961 9
12.40	2.001 2	2.056 9	2.011 3	2.032 4	2.021 0	2.008 1	2.030 5	1.984 1	2.039 6	1.960 5

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $
12.45	2.001 6	2.055 8	2.011 7	2.031 2	2.021 4	2.006 9	2.030 9	1.982 9	2.040 0	1.959 1
12.50	2.001 9	2.054 7	2.012 1	2.030 1	2.021 9	2.005 7	2.031 3	1.981 6	2.040 5	1.957 8
12.55	2.002 3	2.053 7	2.012 4	2.028 9	2.022 3	2.004 5	2.031 8	1.980 3	2.040 9	1.956 5
12.60	2.002 7	2.052 6	2.012 8	2.027 8	2.022 7	2.003 3	2.032 2	1.979 1	2.041 4	1.955 2
12.65	2.003 0	2.051 6	2.013 2	2.026 7	2.023 0	2.002 1	2.032 6	1.977 8	2.041 8	1.953 9
12.70	2.003 4	2.050 5	2.013 6	2.025 6	2.023 4	2.001 0	2.033 0	1.977 6	2.042 2	1.952 6
12.75	2.003 7	2.049 5	2.013 9	2.024 5	2.023 8	1.999 8	2.033 4	1.975 4	2.042 6	1.951 3
12.80	2.004 1	2.048 5	2.014 3	2.023 5	2.024 2	1.998 7	2.033 8	1.974 2	2.043 1	1.950 1
12.85	2.004 4	2.047 5	2.014 6	2.022 4	2.024 6	1.997 6	2.034 2	1.973 1	2.043 5	1.948 8
12.90	2.004 8	2.046 5	2.015 0	2.021 4	2.024 9	1.996 5	2.034 6	1.971 9	2.043 9	1.947 6
12.95	2.005 1	2.045 5	2.015 3	2.020 3	2.025 3	1.995 4	2.035 0	1.970 8	2.044 3	1.946 4
13.00	2.005 4	2.044 5	2.015 7	2.019 3	2.025 7	1.994 4	2.035 3	1.969 6	2.044 7	1.945 2
13.05	2.005 7	2.043 6	2.016 0	2.018 3	2.026 0	1.993 3	2.035 7	1.968 5	2.045 1	1.944 0
13.10	2.006 1	2.042 6	2.016 4	2.017 3	2.026 4	1.992 3	2.036 1	1.967 4	2.045 5	1.942 9
13.15	2.006 4	2.041 7	2.016 7	2.016 4	2.026 7	1.991 2	2.036 5	1.966 3	2.045 9	1.941 7
13.20	2.006 7	2.040 8	2.017 0	2.015 4	2.027 1	1.990 2	2.036 8	1.965 3	2.046 2	1.940 6
13.25	2.007 0	2.039 9	2.017 4	2.014 4	2.027 4	1.989 2	2.037 2	1.964 2	2.046 6	1.939 5
13.30	2.007 3	2.039 0	2.017 7	2.013 5	2.027 8	1.988 2	2.037 5	1.963 2	2.047 0	1.938 4
13.35	2.007 6	2.038 1	2.018 0	2.012 6	2.028 1	1.987 2	2.037 9	1.962 1	2.047 4	1.937 3
13.40	2.007 9	2.037 2	2.018 3	2.011 6	2.028 4	1.986 3	2.038 2	1.961 1	2.047 7	1.936 2
13.45	2.008 2	2.036 4	2.018 6	2.010 7	2.028 8	1.985 3	2.038 6	1.960 1	2.048 1	1.935 2
13.50	2.008 5	2.035 5	2.018 9	2.009 8	2.029 1	1.984 3	2.038 9	1.959 1	2.048 5	1.934 1
13.55	2.008 8	2.034 7	2.019 2	2.008 9	2.029 4	1.983 4	2.039 3	1.958 1	2.048 8	1.933 1
13.60	2.009 1	2.033 8	2.019 5	2.008 1	2.029 7	1.982 5	2.039 6	1.957 1	2.049 2	1.932 1
13.65	2.009 4	2.033 0	2.019 8	2.007 2	2.030 0	1.981 6	2.039 9	1.956 2	2.049 5	1.931 0
13.70	2.009 7	2.032 2	2.020 1	2.006 3	2.030 3	1.980 7	2.040 2	1.955 2	2.049 8	1.930 0
13.75	2.009 9	2.031 4	2.020 4	2.005 5	2.030 6	1.979 8	2.040 6	1.954 3	2.050 2	1.929 0
13.80	2.010 2	2.030 6	2.020 7	2.004 6	2.031 0	1.978 9	2.040 9	1.953 4	2.050 5	1.928 1
13.85	2.010 5	2.029 8	2.021 0	2.003 8	2.031 3	1.978 0	2.041 2	1.952 4	2.050 9	1.927 1
13.90	2.010 8	2.029 0	2.021 3	2.003 0	2.031 6	1.977 2	2.041 5	1.951 5	2.051 2	1.926 1
13.95	2.011 0	2.028 2	2.021 6	2.002 2	2.031 8	1.976 3	2.041 8	1.950 6	2.051 5	1.925 2
14.00	2.011 3	2.027 5	2.021 9	2.001 4	2.032 1	1.975 5	2.042 1	1.949 7	2.051 8	1.924 3
14.05	2.011 6	2.026 7	2.022 1	2.000 6	2.032 4	1.974 6	2.042 4	1.948 9	2.052 2	1.923 3
14.10	2.011 8	2.026 0	2.022 4	1.999 8	2.032 7	1.973 8	2.042 7	1.948 0	2.052 5	1.922 4
14.15	2.012 1	2.025 2	2.022 7	1.999 0	2.033 0	1.973 0	2.043 0	1.947 1	2.052 8	1.921 5
14.20	2.012 3	2.024 5	2.022 9	1.998 3	2.033 3	1.972 2	2.043 3	1.946 3	2.053 1	1.920 6
14.25	2.012 6	2.023 8	2.023 2	1.997 5	2.033 6	1.971 4	2.043 6	1.945 5	2.053 4	1.919 8
14.30	2.012 8	2.023 1	2.023 5	1.996 7	2.033 8	1.970 6	2.043 9	1.944 6	2.053 7	1.918 9
14.35	2.013 1	2.022 4	2.023 7	1.996 0	2.034 1	1.969 8	2.044 2	1.943 8	2.054 0	1.918 0

表 A.1 (续)

R/r	$\sigma^E=0.30$		$\sigma^E=0.32$		$\sigma^E=0.34$		$\sigma^E=0.36$		$\sigma^E=0.38$	
	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $	$ M $	$ C $
14.40	2.013 3	2.021 7	2.024 0	1.995 3	2.034 4	1.969 0	2.044 5	1.943 0	2.054 3	1.917 2
14.45	2.013 6	2.021 0	2.024 2	1.994 5	2.034 6	1.968 3	2.044 8	1.942 2	2.054 6	1.916 3
14.50	2.013 8	2.020 3	2.024 5	1.993 8	2.034 9	1.967 5	2.045 0	1.941 4	2.054 9	1.915 5
14.55	2.014 0	2.019 6	2.024 7	1.993 1	2.035 2	1.966 8	2.045 3	1.940 6	2.055 2	1.914 7
14.60	2.014 3	2.019 0	2.025 0	1.992 4	2.035 4	1.966 0	2.045 6	1.939 8	2.055 5	1.913 9
14.65	2.014 5	2.018 3	2.025 2	1.991 7	2.035 7	1.965 3	2.045 8	1.939 1	2.055 7	1.913 0
14.70	2.014 7	2.017 6	2.025 5	1.991 0	2.035 9	1.964 6	2.046 1	1.938 3	2.056 0	1.912 2
14.75	2.015 0	2.017 0	2.025 7	1.990 4	2.036 2	1.963 9	2.046 4	1.937 6	2.056 3	1.911 5
14.80	2.015 2	2.016 4	2.025 9	1.989 7	2.036 4	1.963 2	2.046 6	1.936 8	2.056 6	1.910 7
14.85	2.015 4	2.015 7	2.026 2	1.989 0	2.036 7	1.962 5	2.046 9	1.936 1	2.056 8	1.909 9
14.90	2.015 6	2.015 1	2.026 4	1.988 4	2.036 9	1.961 8	2.047 1	1.935 4	2.057 1	1.909 1
14.95	2.015 9	2.014 5	2.026 6	1.987 7	2.037 2	1.961 1	2.047 4	1.934 7	2.057 4	1.908 4
15.00	2.016 1	2.013 9	2.026 9	1.987 1	2.037 4	1.960 4	2.047 7	1.933 9	2.057 6	1.907 6
15.05	2.016 3	2.013 3	2.027 1	1.986 4	2.037 6	1.959 8	2.047 9	1.933 2	2.057 9	1.906 9
15.10	2.016 5	2.012 7	2.027 3	1.985 8	2.037 9	1.959 1	2.048 1	1.932 5	2.058 2	1.906 2
15.15	2.016 7	2.012 1	2.027 5	1.985 2	2.038 1	1.958 4	2.048 4	1.931 9	2.058 4	1.905 5
15.20	2.016 9	2.011 5	2.027 8	1.984 6	2.038 3	1.957 8	2.048 6	1.931 2	2.058 7	1.904 7
15.25	2.017 1	2.010 9	2.028 0	1.983 9	2.038 6	1.957 1	2.048 9	1.930 5	2.058 9	1.904 0
15.30	2.017 3	2.010 3	2.028 2	1.983 3	2.038 8	1.956 5	2.049 1	1.929 8	2.059 2	1.903 3
15.35	2.017 5	2.009 7	2.028 4	1.982 7	2.039 0	1.955 9	2.049 3	1.929 2	2.059 4	1.902 6
15.40	2.017 7	2.009 2	2.028 6	1.982 2	2.039 2	1.955 3	2.049 6	1.928 5	2.059 6	1.902 0
15.45	2.017 9	2.008 6	2.028 8	1.981 6	2.039 4	1.954 6	2.049 8	1.927 9	2.059 9	1.901 3
15.50	2.018 1	2.008 1	2.029 0	1.981 0	2.039 7	1.954 0	2.050 0	1.927 2	2.060 1	1.900 6

附 录 B
(规范性附录)

方程 $\eta \times J_0(\eta) - (1 - \sigma^E) \times J_1(\eta) = 0$ 的最低正根

方程 $\eta \times J_0(\eta) - (1 - \sigma^E) \times J_1(\eta) = 0$ 的最低正根见表B. 1。

表B. 1 方程 $\eta \times J_0(\eta) - (1 - \sigma^E) \times J_1(\eta) = 0$ 的最低正根

σ^E	η_1	σ^E	η_1
0.28	2.036 3	0.34	2.073 5
0.29	2.042 6	0.35	2.079 5
0.30	2.048 9	0.36	2.085 5
0.31	2.055 1	0.37	2.091 5
0.32	2.061 2	0.38	2.097 4
0.33	2.067 4	0.39	2.103 3

中 华 人 民 共 和 国
船 舶 行 业 标 准

水声实用压电陶瓷元件性能参数的测量与计算方法
GB/T 4314-2013

*

中国船舶工业综合技术经济研究院出版
北京市海淀区学院南路 70 号
邮政编码: 100081

网址: www.shipstd.com.cn

电话: 010-62185021

船舶标准化管理研究与咨询中心发行

版权专有 不得翻印

*

开本 880×1230 1/16 印张 2.37 字数 29.46 千字

2014 年 8 月第 1 版 2014 年 8 月第一次印刷

印数 1—300

*

船标出字第 2013274 号



GB/T 4314—2013